本章彙總

3-1 重點

1. 有向線段與向量：對於每一個向量 $\overrightarrow{a}$ 均有一個有向線段 $\overrightarrow{AB}$ 與之對應，記為 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$。

2. 設向量 $\overrightarrow{p}$ 的方向角為 θ，則 $\overrightarrow{p}=\left(\left|\overrightarrow{p}\right|\cos\theta,\left|\overrightarrow{p}\right|\sin\theta\right)$

3. 向量的坐標表示：

   (1) 設 O 為原點，點 $P(a,b)$，則 $\overrightarrow{OP}=(a,b)$ 且 $\left|\overrightarrow{OP}\right|=\sqrt{a^2+b^2}$

   (2) 設 $A(a_1,a_2)$、$B(b_1,b_2)$，則 $\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2)$

4. 向量的相等：

   設 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$、$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$，若 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$，則 $a_1=b_1$ 且 $a_2=b_2$

3-2 重點

1. 向量的加減法：

   在 $\triangle ABC$ 中

   (1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

   (2) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$

2. 向量加減法的坐標表示：

   設 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$、$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$，則

   (1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(a_1+b_1,a_2+b_2)$

   (2) $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(a_1-b_1,a_2-b_2)$

3. 向量加法的基本性質：

(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$

(2) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$

(3) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$

(4) $\overrightarrow{a}+\left(-\overrightarrow{a}\right)=\overrightarrow{0}$，稱 $-\overrightarrow{a}$ 為 $\overrightarrow{a}$ 的逆向量

4. 向量的實數積：

設 r 為實數，則 $r\overrightarrow{a}$ 稱為向量的實數積，若 $\overrightarrow{a}\neq\overrightarrow{0}$，則

(1) $r>0$ 時，$r\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{a}$ 同向，且長度為 $\left|\overrightarrow{a}\right|$ 的 r 倍。

(2) $r<0$ 時，$r\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{a}$ 反向，且長度為 $\left|\overrightarrow{a}\right|$ 的 $|r|$ 倍。

5. 向量實數積的坐標表示：

設 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$，$r$ 為實數，則 $r\overrightarrow{a}=(ra_1,ra_2)$

6. 向量實數積的基本性質：

r、s 為實數，則

(1) $r\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)=r\overrightarrow{a}+r\overrightarrow{b}$

(2) $(r+s)\overrightarrow{a}=r\overrightarrow{a}+s\overrightarrow{a}$；$(rs)\overrightarrow{a}=r\left(s\overrightarrow{a}\right)$

7. 向量的平行：

$\overrightarrow{a}\neq\overrightarrow{0}$，$\overrightarrow{b}\neq\overrightarrow{0}$

(1) 若 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$，則存在一實數 r，使得 $\overrightarrow{b}=r\overrightarrow{a}$

(2) 設 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$，若 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$，則 $a_1:b_1=a_2:b_2$

本章彙總

8. 長度為 1 的向量，稱為單位向量，即若 (x, y) 為一個單位向量，則 $x^2 + y^2 = 1$，

若 $\overrightarrow{a}$ 為非零向量，則與 $\overrightarrow{a}$ 同向的單位向量為 $\dfrac{\overrightarrow{a}}{\left|\overrightarrow{a}\right|}$。

3-3 重點

1. 向量的內積：

(1) 設 θ 為 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角，則 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 的內積為 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\theta$

(2) 設 $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2)$、$\overrightarrow{b} = (b_1, b_2)$，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$

2. 向量的垂直：

設 $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$，$\overrightarrow{b} \neq \overrightarrow{0}$，若 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$

3. 向量內積的性質：

(1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$

(2) $r\left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}\right) = \left(r\overrightarrow{a}\right) \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot \left(r\overrightarrow{b}\right)$

(3) $\overrightarrow{a} \cdot \left(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}\right) = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$

(4) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = \left|\overrightarrow{a}\right|^2$