



本章彙總

4-1 重點

1. 指數的定義：

設 n 為正整數，則符號 a^n 表示 n 個 a 的連乘積。

2. 整數指數：

設 $a \neq 0$ ， n 為正整數，則

$$(1) a^0 = 1$$

$$(2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

3. 分數指數：

若 a 為正實數，且 m 、 n 為整數， $n > 0$ ，則

$$(1) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$(2) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

4. 實數指數的指數律：

設 a 、 b 為正實數， r 、 s 為實數，則

$$(1) a^r \times a^s = a^{r+s}$$

$$(2) (a^r)^s = a^{rs}$$

$$(3) a^r \times b^r = (ab)^r$$

$$(4) \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(5) \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$



4-2 重點

1. 指數函數：

設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，若將任意實數 x 視為一變數，則函數 $y = f(x) = a^x$ 稱為以 a 為底數的指數函數。

2. 指數函數圖形的性質：

(1) 圖形恆在 x 軸的上方，且漸漸接近於 x 軸。

(2) 圖形通過點 $(0, 1)$ 。

(3) 當 $a > 1$ 時， $y = a^x$ 為嚴格增函數。

(4) 當 $0 < a < 1$ 時， $y = a^x$ 為嚴格減函數。

(5) 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，則 $y = a^x$ 與 $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 的圖形對稱於 y 軸。

3. 指數方程式：

(1) 方程式中的未知數出現在指數部分者，稱為指數方程式。

(2) 求解原理：若 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 且 $a^r = a^s$ ，則 $r = s$ 。

4-3 重點

1. 對數的定義：

設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， $b > 0$ ，則滿足 $a^x = b$ 的唯一實數 x ，稱為以 a 為底數之 b 的對數，記為 $\log_a b = x$ ，且稱 b 為真數。



本章彙總

2. 對數的性質：

設 a 、 b 、 M 、 N 均為正實數，且 a 、 $b \neq 1$ ； r 、 s 為實數，且 $r \neq 0$ ，則

$$(1) \log_a 1 = 0; \log_a a = 1$$

$$(2) \log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$(3) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N; \log_a \frac{1}{N} = -\log_a N$$

$$(4) \log_{a^r} M^s = \frac{s}{r} \log_a M; \log_{a^r} a^s = \frac{s}{r}$$

$$(5) \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a} \text{ (換底公式)}; (\log_a b) \times (\log_b a) = 1$$

4-4 重點

1. 對數函數：

設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ 、 $x > 0$ ，若將 x 視為一變數，則函數 $y = f(x) = \log_a x$ 稱為以 a 為底數的對數函數。

2. 對數函數圖形的性質：

(1) 圖形恆在 y 軸的右側，且漸漸接近於 y 軸。

(2) 圖形通過點 $(1, 0)$ 。

(3) 當 $a > 1$ 時， $y = \log_a x$ 為嚴格增函數。

(4) 當 $0 < a < 1$ 時， $y = \log_a x$ 為嚴格減函數。

(5) 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，則 $y = \log_a x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ 的圖形對稱於 x 軸。

(6) 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，則 $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ 。

3. 對數方程式：

(1) 方程式中的未知數出現在對數中的真數或底數者，通稱為對數方程式。

(2) 求解原理：若 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， M 、 $N > 0$ 且 $\log_a M = \log_a N$ ，則 $M = N$ 。



4-5 重點

1. 常用對數：

以 10 為底數的對數，稱為常用對數，簡記為 $\log x$ 。

2. 熟知常用對數表的查法及表尾差法的使用。

3. 首數、尾數：

若 $\log x = n + \alpha$ ，其中 n 為整數， $0 \leq \alpha < 1$ ，則稱 n 為首數， α 為尾數。

(1) 若 $x > 1$ ，且 x 的整數部分為 m 位數，則 $n = m - 1$ 。

(2) 若 $0 < x < 1$ ，且 x 自小數點後第 m 位開始出現不為 0 的數字，則 $n = -m$ 。